Série N°1 : l'ensemble des nombres réels et sous-ensembles

Exercice1 : (*) Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$

$2,5\ldots\mathbb{Z}$; $-2\ldots\mathbb{Q}$; $\sqrt{3}\ldots\mathbb{Q}$; $\mathbb{R}^{+}\ldots\mathbb{R}$; $\mathbb{N}\ldots\mathbb{R}$; $\sqrt{3}\ldots\mathbb{R}^{-}$; $-1\ldots\mathbb{N}$; $\frac{100}{5}\ldots\mathbb{N}$; $-\frac{\sqrt{100}}{5}\ldots\mathbb{Z}$; $\mathbb{Z}\ldots\mathbb{R}$; $\mathbb{Z}^{-}\ldots\mathbb{Z}$; $0\ldots\mathbb{Z}^{*}$;

$-\frac{\sqrt{16}}{3}\ldots\mathbb{Z}$; $-\sqrt{7}\ldots\mathbb{R}^{-}$; $\frac{7}{3}\ldots\mathbb{Q}^{*+}$: $\frac{1}{3}\ldots D$; $2,12\ldots\mathbb{N}^{*}$; $\frac{7}{3}\ldots D$; $\frac{1}{4}\ldots D$; $\pi\ldots\mathbb{Q}$; $\{0;-5;-13;-100\}\ldots\mathbb{Z}$; $1\ldots\{0;2;3\}$;

$\mathbb{R}^{-}\ldots\mathbb{R}$; $\mathbb{R}^{-}\ldots\mathbb{R}^{*}$; $0\ldots\varnothing$; $\{0;\sqrt{2};1\}\ldots\mathbb{Q}$

Exercice2 : (**) Calculer **et** simplifier : $A=\left(-1+\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right)(-4)+\left(-\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{2}{5}\right)\left(\frac{18}{5}\right)$

$B=\left(\frac{4}{9}-\frac{11}{27}\right)\left(2-\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{3}{5}-\frac{7}{15}\right)\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)$ $C=\frac{7}{3}\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)$; ;

$F=5+\cfrac{1}{4+\cfrac{1}{3+\cfrac{1}{2}}}$; $G=\dfrac{1-\frac{1}{3}+\cfrac{1}{1+\frac{1}{3}}}{1+\frac{1}{3}-\cfrac{1}{1-\frac{1}{3}}}$ et $H=\dfrac{7-\frac{4}{\pi}}{12-21\pi}$

Exercice3 : (**) Soient a ; b et c des nombres réels non nuls tels que :

$\frac{a}{b}=\frac{1}{5}$ et $\frac{c}{a}=7$ calculer : $\frac{a+b}{c}$

Exercice4 : (**) Soient $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$ tels que : $a-b=-\frac{7}{6}$ Calculer et simplifier :

$A_1=a-\left(b-\frac{71}{61}\right)$; $A_2=\left(a-\frac{9}{5}\right)-\left(b-\frac{9}{5}\right)$; $A_3=\left(b+\frac{2020}{2021}\right)-\left(a-\frac{1}{2021}\right)$; $A_4=(2a-5)+(6-2b)$

Exercice5 : (**) On pose : $A=900\left(\frac{3+33+333+3333}{9+99+999+9999}\right)^2$ Montrer que : $A\in\mathbb{N}$

Exercice6 : (**) On pose : $N=\frac{1000}{49}\left(\frac{7+77+777+7777}{5+55+555+5555}\right)^2$ Montrer que : $N\in\mathbb{N}$

Exercice7: (**) Calculer et simplifier : $A=\sqrt{\frac{9}{2}}$; $B=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}}$; $C=3\sqrt{20}+4\sqrt{45}-2\sqrt{80}-\sqrt{180}$;

$D=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)$; $E=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$; $G=\sqrt{3}\times2\sqrt{3}-8\sqrt{8}\times2\sqrt{2}-3\sqrt{5}\times\sqrt{20}+\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{24}$

$H=5\sqrt{12}+8\sqrt{27}+\sqrt{75}-2\sqrt{48}-\sqrt{147}$; $K=\frac{6\sqrt{52}}{\sqrt{13}}-\left(5-\sqrt{13}\right)\left(5+\sqrt{13}\right)$ **PROF: ATMANI NAJIB**

Exercice8 : (**) Soit $E=\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}+\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}$ Montrer que : E est nombre entier relatif

Exercice9 : (**) Calculer et simplifier : $A=\frac{2}{\sqrt{11}-\sqrt{7}}+\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}+\frac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{11}}$

Exercice10 : (*) Soit $x\in\mathbb{R}^{+}$ tel que : $\sqrt{x+8}+\sqrt{x}=4$

1) Donner la valeur de l'expression : $\sqrt{x+8}-\sqrt{x}$ sans calculer x 2) Déterminer la valeur de x.

Exercice11 : (***) On pose : $A=\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}\times\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}\times\sqrt{2+\sqrt{2}}\times\sqrt{2}$
Montrer que : $A\in\mathbb{N}$

Exercice12 : (*) Simplifier et ou écrire sous forme d'une puissance : $A=2^3\times\left(2^2\right)^4\times\left(2^{-5}\right)^3$

$B=(-3)^1\times(-3)^5\times(3)^2\times(-3)^{-10}$ $\quad C=\dfrac{3^{-5}\times4^{-2}}{12^3}\times\dfrac{9}{2^2}$ et $D=\dfrac{(-2)^3\times\left(4^2\right)^{-1}\times8}{1024\times(-16)^{-4}}$

$E=\dfrac{10^{-8}\times10^9\times10^7\times10^{-4}}{10^{-2}\times10^3\times10^5}$ et $F=\dfrac{3\times10^{-5}\times7,2\times10^7}{2\times15^3}$

Exercice13 : (*) Convertir en écriture scientifique les nombres suivants :
1) 368 100 000 0 2) 0.0002 3) $25,46\times10^{-5}+30,29\times10^{-4}$

Exercice14 : (**) $x\in\mathbb{R}$ Développer et calculer et simplifier : $A=\left(\sqrt{5}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{5}-\sqrt{2}\right)^2$

$B=\left[\left(\sqrt{2}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{3}\right)\right]^2$ et $C=\left(\sqrt{2}+1\right)^3$ $\quad D=(3x-2)^3$ et $E=(x+2)\left(x^2-2x+4\right)$

$F=(200520052006)^2-(200520052005\times200520052007)$(Lorsque la calculatrice tombe en panne)

$H=\left(\dfrac{x}{2}+2\sqrt{3}\right)^2+\left(x\sqrt{5}-\dfrac{3}{2}\right)^2$ et $M=\left(x^2-2x+1\right)^2$; $N=\left(x\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{5}-x\sqrt{2}\right)$; $R=\left(x^3+\dfrac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\dfrac{\sqrt{3}}{2}-x^3\right)$

$L=\left(3x+\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\left(3x+\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)$

Exercice15 : (**) $a\in\mathbb{R}$ on pose : $A=(a+1)^2-(a-1)^2$
1) Développer et calculer et simplifier A
2) En déduire une simplification du nombre : $(9999999)^2-(9999997)^2$

Exercice16 : (*) Factoriser les expressions suivantes : $x\in\mathbb{R}$
1) $49x^2-81$ 2) $16x^2-8x+1$ 3) x^3-8
4) $C=(x+1)(2x-3)+6(x+1)$ 5) $D=27x^3+1$

Exercice17 : (*) Remplissez les blancs suivants :$10-4\sqrt{6}=(...-...)^2$ et $4+2\sqrt{3}=(...+...)^2$

Exercice18 : (*) (**) (***) Factoriser les expressions suivantes : $x\in\mathbb{R}$; $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

$A=16x^2-8x+1$; $B=16-25x^2$; $C=1-(1-3x)^2$; $D=(2x-1)^3-8$; $E=27+x^3$; $F=x^{12}-2x^6+1$

$G=x^5+x^3-x^2-1$ $\quad H=x^3+1+2\left(x^2-1\right)-(x+1)$; $M=x^4-49$; $N=a^2+b^2-x^2+2ab$

$L=4x^2-4x\sqrt{5}+5+(1-2x)\left(2x-\sqrt{5}\right)$; $K=(x-2)(3x-4)+x^3-8$; $R=x^2-6x+8$

$S=ax+ay-bx-by$; $U=a^2-a-x^2+x$; $V=a^4+b^4-x^4-2a^2b^2+4abx^2$

Exercice19 : (**) On pose : $B=\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$
1) Déterminer le signe de B 2) Calculer B^2. 3) En déduire une écriture simple de B.

Exercice20 : (**) On pose : $a=\sqrt{19+6\sqrt{10}}$ et $b=\sqrt{19-6\sqrt{10}}$
1) Montrer que : $a\times b=1$
2) On pose : $u=a+b$ et $v=a-b$ Calculer : u^2 et v^2
3) En déduire une écriture simple de u et v
4) En déduire une écriture simple de a et b

Exercice21 : (**) 1) Montrer que : $\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}=\sqrt{10}$

2)Montrer que : $\sqrt{\dfrac{6+\sqrt{31}}{2}}+\sqrt{\dfrac{6-\sqrt{31}}{2}}=\sqrt{6+\sqrt{5}}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

Tronc commun Sciences BIOF

Correction Série N°1 : **l'ensemble des nombres réels et sous**-ensembles

Exercice1 : (*) Compléter les expressions suivantes à l'aide des symboles : $\in$; $\notin$; $\subset$; $\not\subset$

$2,5\ldots\mathbb{Z}$; $-2\ldots\mathbb{Q}$; $\sqrt{3}\ldots\mathbb{Q}$; $\mathbb{R}^{+}\ldots\mathbb{R}$; $\mathbb{N}\ldots\mathbb{R}$; $\sqrt{3}\ldots\mathbb{R}^{-}$; $-1\ldots\mathbb{N}$; $\frac{100}{5}\ldots\mathbb{N}$; $-\frac{\sqrt{100}}{5}\ldots\mathbb{Z}$; $\mathbb{Z}\ldots\mathbb{R}$; $\mathbb{Z}^{-}\ldots\mathbb{Z}$; $0\ldots\mathbb{Z}^{*}$; $-\frac{\sqrt{16}}{3}\ldots\mathbb{Z}$; $-\sqrt{7}\ldots\mathbb{R}^{-}$; $\frac{7}{3}\ldots\mathbb{Q}^{*+}$: $\frac{1}{3}\ldots D$; $2,12\ldots\mathbb{N}^{*}$; $\frac{7}{3}\ldots D$; $\frac{1}{4}\ldots D$; $\pi\ldots\mathbb{Q}$; $\{0;-5;-13;-100\}\ldots\mathbb{Z}$; $1\ldots\{0;2;3\}$; $\mathbb{R}^{-}\ldots\mathbb{R}$; $\mathbb{R}^{-}\ldots\mathbb{R}^{*}$; $0\ldots\varnothing$; $\{0;\sqrt{2};1\}\ldots\mathbb{Q}$

Corrigé : $2,5\notin\mathbb{Z}$; $-2\in\mathbb{Q}$; $\sqrt{3}\notin\mathbb{Q}$; $\mathbb{R}^{+}\subset\mathbb{R}$; $\mathbb{N}\subset\mathbb{R}$; $\sqrt{3}\notin\mathbb{R}^{-}$; $-1\notin\mathbb{N}$; $\frac{100}{5}\in\mathbb{N}$; $-\frac{\sqrt{100}}{5}\in\mathbb{Z}$; $\mathbb{Z}\subset\mathbb{R}$; $\mathbb{Z}^{-}\subset\mathbb{Z}$; $0\notin\mathbb{Z}^{*}$; $-\frac{\sqrt{16}}{3}\notin\mathbb{Z}$; $-\sqrt{7}\in\mathbb{R}^{-}$; $\frac{7}{3}\in\mathbb{Q}^{*+}$: $\frac{1}{3}\notin D$; $2,12\notin\mathbb{N}^{*}$; $\frac{7}{3}\notin D$; $\frac{1}{4}\in D$; $\pi\notin\mathbb{Q}$; $\{0;-5;-13;-100\}\subset\mathbb{Z}$; $1\notin\{0;2;3\}$; $\mathbb{R}^{-}\subset\mathbb{R}$; $\mathbb{R}^{-}\not\subset\mathbb{R}^{*}$; $0\notin\varnothing$; $\{0;\sqrt{2};1\}\not\subset\mathbb{Q}$

Exercice2 : (**) Calculer **et** simplifier : $A=\left(-1+\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right)(-4)+\left(-\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{2}{5}\right)\left(\frac{18}{5}\right)$

$B=\left(\frac{4}{9}-\frac{11}{27}\right)\left(2-\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{3}{5}-\frac{7}{15}\right)\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)$ $C=\frac{7}{3}\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)$; $E=\frac{9-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}}{-5+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}}\times\frac{8-\frac{1}{5}-\frac{7}{10}}{1-\frac{3}{2}-\frac{5}{4}}$;

$F=5+\frac{1}{4+\frac{1}{3+\frac{1}{2}}}$; $G=\frac{1-\frac{1}{3}+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}{1+\frac{1}{3}-\frac{1}{1-\frac{1}{3}}}$ et $H=\frac{7-\frac{4}{\pi}}{12-21\pi}$

Corrigé : $A=\left(-1+\frac{2}{5}+\frac{1}{4}\right)(-4)+\left(-\frac{3}{4}+\frac{5}{3}-\frac{2}{5}\right)\left(\frac{18}{5}\right)=\left(\frac{-20+8+5}{20}\right)(-4)+\left(\frac{-45+100-24}{60}\right)\left(\frac{18}{5}\right)$

$A=\left(\frac{-7}{20}\right)\times(-4)+\frac{31}{60}\times\frac{18}{5}=\frac{7}{5}+\frac{93}{50}=\frac{70+93}{50}=\frac{163}{50}$ $B=\left(\frac{4}{9}-\frac{11}{27}\right)\left(2-\frac{4}{3}\right)-\left(\frac{3}{5}-\frac{7}{15}\right)\left(\frac{4}{3}-\frac{1}{2}\right)=\frac{12-11}{27}\times\frac{6-4}{3}-\frac{9-7}{15}\times\frac{8-3}{6}$

$B=\frac{1}{27}\times\frac{2}{3}-\frac{2}{15}\times\frac{5}{6}=\frac{2}{81}-\frac{1}{9}=\frac{2-9}{81}=\frac{-7}{81}$

$C=\frac{7}{3}\left(\frac{3}{5}-\frac{2}{3}+\frac{3}{4}\right)+\left(-\frac{5}{6}+\frac{2}{3}\right)\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)=\frac{7}{3}\times\frac{36-40+45}{60}+\frac{-5+4}{6}\times\frac{1-4}{6}=\frac{7}{3}\times\frac{41}{60}+\frac{1}{6}\times\frac{3}{6}$

$C=\frac{287}{180}+\frac{1}{12}=\frac{287+15}{180}=\frac{302}{180}=\frac{151}{90}$

$E=\frac{9-\frac{1}{3}+\frac{5}{6}}{-5+\frac{1}{2}-\frac{3}{4}}\times\frac{8-\frac{1}{5}-\frac{7}{10}}{1-\frac{3}{2}-\frac{5}{4}}=\frac{\frac{54-2+5}{6}}{\frac{-20+2-3}{4}}\times\frac{\frac{80-2-7}{10}}{\frac{4-6-5}{4}}=\frac{\frac{57}{6}}{\frac{-21}{4}}\times\frac{\frac{71}{10}}{\frac{-7}{4}}$

$E=\frac{57}{6}\times\frac{-4}{21}\times\frac{71}{10}\times\frac{-4}{7}=\frac{19}{3}\times\frac{2}{7}\times\frac{71}{5}\times\frac{2}{7}=\frac{5395}{735}$

$F=5+\frac{1}{4+\frac{1}{3+\frac{1}{2}}}=5+\frac{1}{4+\frac{2}{7}}=5+\frac{7}{30}=\frac{150+7}{30}=\frac{157}{30}$

$$G=\frac{1-\frac{1}{3}+\frac{1}{1+\frac{1}{3}}}{1+\frac{1}{3}-\frac{1}{1-\frac{1}{3}}}=\frac{\frac{3-1}{3}+\frac{3}{3+1}}{\frac{3+1}{3}-\frac{3}{3-1}}=\frac{\frac{2}{3}+\frac{3}{4}}{\frac{4}{3}-\frac{3}{2}}=\frac{\frac{17}{12}}{-\frac{1}{6}}=\frac{17}{12}\times -6=-\frac{17}{2}$$

$$H=\frac{\frac{7\pi-4}{\pi}}{\frac{12-21\pi}{1}}=\frac{7\pi-4}{\pi}\times\frac{1}{12-21\pi}=\frac{7\pi-4}{\pi}\times\frac{1}{-3(7\pi-4)}=-\frac{1}{3\pi}$$

Exercice3 : (**) Soient a ; b et c des nombres réels non nuls tels que : $\frac{a}{b}=\frac{1}{5}$ et $\frac{c}{a}=7$ calculer : $\frac{a+b}{c}$

Corrigé : On a : $\frac{a+b}{c}=\frac{a}{c}+\frac{b}{c}$ et nous avons $\frac{a}{c}=\frac{1}{7}$

Calculons $\frac{b}{c}$: on a : $\frac{b}{c}=\frac{\frac{b}{a}}{\frac{c}{a}}=\frac{5}{7}$ Par conséquent : $\frac{a+b}{c}=\frac{1}{7}+\frac{5}{7}=\frac{6}{7}$

Exercice4 : (**) Soient $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$ tels que : $a-b=-\frac{7}{6}$ Calculer et simplifier :

$A_1=a-\left(b-\frac{71}{61}\right)$ et $A_2=\left(a-\frac{9}{5}\right)-\left(b-\frac{9}{5}\right)$

$A_3=\left(b+\frac{2020}{2021}\right)-\left(a-\frac{1}{2021}\right)$; $A_4=(2a-5)+(6-2b)$

Corrigé : $A_1=a-\left(b-\frac{71}{61}\right)=a-b+\frac{71}{61}=-\frac{7}{6}+\frac{71}{61}=-\frac{1}{336}$

$$A_2=\left(a-\frac{9}{5}\right)-\left(b-\frac{9}{5}\right)=a-\frac{9}{5}-b+\frac{9}{5}=a-b=-\frac{7}{6}$$

$$A_3=\left(b+\frac{2020}{2021}\right)-\left(a-\frac{1}{2021}\right)=b-a+\frac{2020}{2021}+\frac{1}{2021}$$

$$A_3=-(a-b)+\frac{2020+1}{2021}=-\left(-\frac{7}{6}\right)+\frac{2021}{2021}=\frac{7}{6}+1=\frac{7}{6}+\frac{6}{6}=\frac{13}{6}$$

$$A_4=(2a-5)+(6-2b)=2a-5+6-2b=2a-2b+1$$

$$A_4=2(a-b)+1=2\times-\frac{7}{6}+1=-\frac{7}{3}+1=-\frac{4}{3}$$

Exercice5 : (**) On pose : $A=900\left(\frac{3+33+333+3333}{9+99+999+9999}\right)^2$ Montrer que : $A\in\mathbb{N}$

Corrigé : $A=900\left(\frac{3+33+333+3333}{9+99+999+9999}\right)^2=900\left(\frac{3+33+333+3333}{3(3+33+333+3333)}\right)^2=900\left(\frac{1}{3}\right)^2$

Donc : $A=900\times\frac{1}{9}=100\in\mathbb{N}$

Exercice6 : (**) On pose : $N=\frac{1000}{49}\left(\frac{7+77+777+7777}{5+55+555+5555}\right)^2$ Montrer que : $N\in\mathbb{N}$

Corrigé : $N=\frac{1000}{49}\left(\frac{7+77+777+7777}{5+55+555+5555}\right)^2=\frac{1000}{49}\left(\frac{7(1+11+111+1111)}{5(1+11+111+1111)}\right)^2=\frac{1000}{49}\left(\frac{7}{5}\right)^2=\frac{1000}{49}\frac{49}{25}=\frac{1000}{25}=40\in$

$$N=900\left(\frac{3+33+333+3333}{3\left(3+33+333+3333\right)}\right)^2=900\left(\frac{1}{3}\right)^2$$

Donc : $N=900\times\frac{1}{9}=100\in\mathbb{N}$

Exercice7: (**) Calculer et simplifier : $A=\sqrt{\frac{9}{2}}$; $B=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}}$; $C=3\sqrt{20}+4\sqrt{45}-2\sqrt{80}-\sqrt{180}$;

$D=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)$; $E=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}$; $G=\sqrt{3}\times2\sqrt{3}-8\sqrt{8}\times2\sqrt{2}-3\sqrt{5}\times\sqrt{20}+\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{24}$

$H=5\sqrt{12}+8\sqrt{27}+\sqrt{75}-2\sqrt{48}-\sqrt{147}$; $K=\frac{6\sqrt{52}}{\sqrt{13}}-\left(5-\sqrt{13}\right)\left(5+\sqrt{13}\right)$

Corrigé : $A=\sqrt{\frac{9}{2}}=\frac{\sqrt{9}}{\sqrt{2}}=\frac{3}{\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{2}\times\sqrt{2}}=\frac{3\sqrt{2}}{\left(\sqrt{2}\right)^2}=\frac{3\sqrt{2}}{2}$ et $B=\frac{\sqrt{28}}{\sqrt{14}}=\sqrt{\frac{28}{14}}=\sqrt{2}$

$$C=3\sqrt{20}+4\sqrt{45}-2\sqrt{80}-\sqrt{180}=3\sqrt{4\times5}+4\sqrt{9\times5}-2\sqrt{16\times5}-\sqrt{36\times5}$$
$$C=3\times2\sqrt{5}+4\times3\sqrt{5}-2\times4\sqrt{5}-6\sqrt{5}=6\sqrt{5}+12\sqrt{5}-8\sqrt{5}-6\sqrt{5}=\left(6+12-8-6\right)\sqrt{5}$$

Donc : $C=4\sqrt{5}$

$$D=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}+\sqrt{5}\right)=\left(\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)-\sqrt{5}\right)\left(\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)+\sqrt{5}\right)$$
$$D=\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2=\left(\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{3}\sqrt{2}+\left(\sqrt{2}\right)^2-5=3+2\sqrt{3\times2}+2-5$$

Donc : $D=2\sqrt{6}$

$$E=\frac{\sqrt{3}+\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{5}}-\frac{\sqrt{3}-\sqrt{5}}{\sqrt{3}+\sqrt{5}}=\frac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)-\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}{\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)}$$
$$E=\frac{\left(\sqrt{3}+\sqrt{5}\right)^2-\left(\sqrt{3}-\sqrt{5}\right)^2}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}=\frac{\left(\sqrt{3}\right)^2+2\sqrt{3}\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2-\left(\left(\sqrt{3}\right)^2-2\sqrt{3}\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}$$
$$E=\frac{3+2\sqrt{15}+5-\left(3-2\sqrt{15}+5\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}=\frac{3+2\sqrt{15}+5-3+2\sqrt{15}-5}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{5}\right)^2}=\frac{4\sqrt{15}}{-2}=-2\sqrt{15}$$

$$F=\left(-\sqrt{10}\right)\times\left(-\sqrt{10}\right)+\sqrt{5}\times\left(-\sqrt{20}\right)-\sqrt{2}\times\sqrt{32}$$
$$F=\left(-\sqrt{10}\right)^2-\sqrt{5}\times\sqrt{5\times4}-\sqrt{2}\times\sqrt{2\times16}=10-\sqrt{5}^2\times2-\sqrt{2}^2\times4=10-10-8=-8$$

$$G=\sqrt{3}\times2\sqrt{3}-8\sqrt{8}\times2\sqrt{2}-3\sqrt{5}\times\sqrt{20}+\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{24}$$
$$G=2\times\sqrt{3}^2-8\sqrt{8}\times\sqrt{8}-3\sqrt{5}\times\sqrt{5\times4}+\sqrt{2}\times\sqrt{3}\times\sqrt{2\times2\times3}$$
$$G=2\times3-8\sqrt{8}^2-3\sqrt{5}^2\times2+\sqrt{2}^2\times\sqrt{3}^2\times2=6-64-30+12=-76$$
$$H=5\sqrt{12}+8\sqrt{27}+\sqrt{75}-2\sqrt{48}-\sqrt{147}$$
$$H=5\sqrt{4\times3}+8\sqrt{9\times3}+\sqrt{25\times3}-2\sqrt{16\times3}-\sqrt{49\times3}=10\sqrt{3}+24\sqrt{3}+5\sqrt{3}-8\sqrt{3}-7\sqrt{3}=24\sqrt{3}$$
$$K=\frac{6\sqrt{52}}{\sqrt{13}}-\left(5-\sqrt{13}\right)\left(5+\sqrt{13}\right)=6\sqrt{\frac{52}{13}}-\left(5^2-\sqrt{13}^2\right)=6\sqrt{4}-\left(25-13\right)=12-12=0$$

Exercice8 : (**) Soit $E=\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}+\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}$ Montrer que : E est nombre entier relatif

Corrigé : $E=\frac{5\sqrt{7}}{\sqrt{2}-\sqrt{7}}+\frac{5\sqrt{2}}{\sqrt{2}+\sqrt{7}}=\frac{\left(5\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)+-5\sqrt{2}\left(\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)}{\left(\sqrt{2}+\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{2}-\sqrt{7}\right)}$

$$E=\frac{5\sqrt{7}\sqrt{2}+5\sqrt{7}\sqrt{7}+5\sqrt{2}\sqrt{2}-5\sqrt{2}\sqrt{7}}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{7}\right)^2}=\frac{35+10}{\left(\sqrt{2}\right)^2-\left(\sqrt{7}\right)^2}=\frac{45}{-5}=-9\in$$

Exercice9 : (**) Calculer et simplifier : $A=\dfrac{2}{\sqrt{11}-\sqrt{7}}+\dfrac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}+\dfrac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{11}}$

Corrigé : On a : $a=\dfrac{2}{\sqrt{11}-\sqrt{7}}=\dfrac{2\left(\sqrt{11}+\sqrt{7}\right)}{\left(\sqrt{11}-\sqrt{7}\right)\left(\sqrt{11}+\sqrt{7}\right)}$ $a=\dfrac{2\left(\sqrt{11}+\sqrt{7}\right)}{4}=\dfrac{\sqrt{11}+\sqrt{7}}{2}$

$$b=\frac{2}{\sqrt{7}-\sqrt{3}}=\frac{2\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}-\sqrt{3}\right)\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}=\frac{2\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{\left(\sqrt{7}\right)^2-\left(\sqrt{3}\right)^2}=\frac{2\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{7-3}\quad b=\frac{2\left(\sqrt{7}+\sqrt{3}\right)}{4}=\frac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}$$

$$c=\frac{4}{\sqrt{3}-\sqrt{11}}=\frac{4\left(\sqrt{3}+\sqrt{11}\right)}{\left(\sqrt{3}-\sqrt{11}\right)\left(\sqrt{3}+\sqrt{11}\right)}=\frac{2\left(\sqrt{3}+\sqrt{11}\right)}{\left(\sqrt{3}\right)^2-\left(\sqrt{11}\right)^2}\quad c=\frac{2\left(\sqrt{3}+\sqrt{11}\right)}{3-11}=\frac{2\left(\sqrt{3}+\sqrt{11}\right)}{-8}=-\frac{\sqrt{3}+\sqrt{11}}{4}$$

Donc : $A=\dfrac{\sqrt{11}+\sqrt{7}}{2}+\dfrac{\sqrt{7}+\sqrt{3}}{2}-\dfrac{\sqrt{3}+\sqrt{11}}{2}=a+b+c$

Donc : $A=\dfrac{\sqrt{11}+\sqrt{7}+\sqrt{7}+\sqrt{3}-\sqrt{3}-\sqrt{11}}{2}=\dfrac{2\sqrt{7}}{2}=\sqrt{7}$.

Exercice10 : (*) Soit $x\in\mathbb{R}^+$ tel que : $\sqrt{x+8}+\sqrt{x}=4$

1) Donner la valeur de l'expression : $\sqrt{x+8}-\sqrt{x}$ sans calculer x
2) Déterminer la valeur de x.

Corrigé : 1) On va multiplier par l'expression conjuguée de l'expression $\sqrt{x+8}-\sqrt{x}$ qui est : $\sqrt{x+8}+\sqrt{x}$

Donc : $\sqrt{x+8}-\sqrt{x}=\dfrac{\left(\sqrt{x+8}-\sqrt{x}\right)\left(\sqrt{x+8}+\sqrt{x}\right)}{\sqrt{x+8}+\sqrt{x}}=\dfrac{\left(\sqrt{x+8}\right)^2-\left(\sqrt{x}\right)^2}{\sqrt{x+8}+\sqrt{x}}$ $\sqrt{x+8}-\sqrt{x}=\dfrac{x+8-x}{\sqrt{x+8}+\sqrt{x}}=\dfrac{8}{4}=2$

2) Détermination de la valeur de x :

On a : $\begin{cases}\sqrt{x+8}+\sqrt{x}=4 & (1)\\ \sqrt{x+8}-\sqrt{x}=2 & (2)\end{cases}$ donc : par sommation $(1)+(2)$ on a : $2\sqrt{x+8}=6$

Donc : $\sqrt{x+8}=3$ ce qui équivaut à : $\left(\sqrt{x+8}\right)^2=3^2$ C'est-à-dire : $x+8=9$ donc : $x=1$

Exercice11 : (***) On pose : $A=\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}\times\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}\times\sqrt{2+\sqrt{2}}\times\sqrt{2}$

Montrer que : $A\in\mathbb{N}$

Corrigé : $A=\sqrt{2-\sqrt{2+\sqrt{2}}}\times\sqrt{2+\sqrt{2+\sqrt{2}}}\times\sqrt{2+\sqrt{2}}\times\sqrt{2}$

$$A=\sqrt{\left(2-\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)\left(2+\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)}\times\sqrt{2+\sqrt{2}}\times\sqrt{2}$$

$$A=\sqrt{2^2-\left(\sqrt{2+\sqrt{2}}\right)^2}\times\sqrt{2+\sqrt{2}}\times\sqrt{2}=\sqrt{4-\left(2+\sqrt{2}\right)}\times\sqrt{2+\sqrt{2}}\times\sqrt{2}$$

$A=\sqrt{2-\sqrt{2}}\times\sqrt{2+\sqrt{2}}\times\sqrt{2}=\sqrt{2^2-\left(\sqrt{2}\right)^2}\times\sqrt{2}=\sqrt{2}\times\sqrt{2}=2$ D'où $A\in\mathbb{N}$

Exercice12 : (*) Simplifier et ou écrire sous forme d'une puissance : $A=2^3\times\left(2^2\right)^4\times\left(2^{-5}\right)^3$

$B=(-3)^1\times(-3)^5\times(3)^2\times(-3)^{-10}$ $\qquad C=\dfrac{3^{-5}\times4^{-2}}{12^3}\times\dfrac{9}{2^2}$ $\qquad$ et $\qquad D=\dfrac{(-2)^3\times\left(4^2\right)^{-1}\times8}{1024\times(-16)^{-4}}$

$E=\dfrac{10^{-8}\times10^{9}\times10^{7}\times10^{-4}}{10^{-2}\times10^{3}\times10^{5}}$ et $F=\dfrac{3\times10^{-5}\times7,2\times10^{7}}{2\times15^{3}}$

Corrigé : $A=2^3\times\left(2^2\right)^4\times\left(2^{-5}\right)^3=2^3\times2^{2\times4}\times2^{-5\times3}=2^{3+8-15}=2^{-4}$ Donc : $A=\dfrac{1}{2^4}=\dfrac{1}{16}$

$B=(-3)^1\times(-3)^5\times(3)^2\times(-3)^{-10}=-(3)^1\times-(3)^5\times(3)^2\times(3)^{-10}$

$B=3^1\times3^5\times3^2\times3^{-10}=3^{1+5+2-10}=3^{-2}=\dfrac{1}{3^2}=\dfrac{1}{9}$

$C=\dfrac{3^{-5}\times4^{-2}}{12^3}\times\dfrac{9}{2^2}=\dfrac{3^{-5}\times\left(2^2\right)^{-2}}{\left(3\times2^2\right)^3}\times\dfrac{3^2}{2^2}=\dfrac{3^{-5}\times(2)^{-4}\times3^2}{(3)^3\times2^6\times2^2}$

$C=\dfrac{3^{-5}\times(2)^{-4}\times3^2}{(3)^3\times2^6\times2^2}=3^{-5}\times2^{-4}\times3^2\times(3)^{-3}\times2^{-6}\times2^{-2}=3^{-5-3+2}\times2^{-4-6-2}$ Donc : $C=3^{-6}\times2^{-12}$

$D=\dfrac{(-2)^3\times\left(4^2\right)^{-1}\times8}{1024\times(-16)^{-4}}=\dfrac{-2^3\times4^{2\times(-1)}\times2^3}{1024\times\left(-2^3\right)^{-4}}=\dfrac{-2^3\times\left(2^2\right)^{-2}\times2^3}{2^{10}\times\left(-2^3\right)^{-4}}$

$D=-2^3\times\left(2^2\right)^{-2}\times2^3\times2^{-10}\times(-2)^{3\times4}=-2^{3-4+3-10+12}=-2^4=-16$

$E=\dfrac{10^{-8}\times10^{9}\times10^{7}\times10^{-4}}{10^{-2}\times10^{3}\times10^{5}}=10^{-8}\times10^{9}\times10^{7}\times10^{-4}\times10^{2}\times10^{-3}\times10^{-5}$

$E=10^{-8+9+7-4+2-3-5}=10^{-2}=\dfrac{1}{10^2}=\dfrac{1}{100}=0.01$

$F=\dfrac{3\times10^{-5}\times7,2\times10^{7}}{2\times15^{3}}=\dfrac{3\times10^{-5}\times3^2\times2^3\times10^{-1}\times10^{7}}{2\times(3\times5)^3}$

Exercice13 : (*) Convertir en écriture scientifique les nombres suivants :

1) 368 100 000 0 2) 0.0002 3) $25,46\times10^{-5}+30,29\times10^{-4}$

Corrigé : 1) $3681000000=3.681\times10^9$ 2) $0.0002=2\times10^{-4}$

3) $=32,836\times10^{-4}=3,2836\times10^{-3}$ $25,46\times10^{-5}+30,29\times10^{-4}=2,546\times10^{-4}+30,29\times10^{-4}$

Exercice14 : (**) $x\in\mathbb{R}$ Développer et calculer et simplifier : $A=\left(\sqrt5+\sqrt2\right)^2-\left(\sqrt5-\sqrt2\right)^2$

$B=\left[\left(\sqrt2-\sqrt3\right)\left(\sqrt2+\sqrt3\right)\right]^2$ et $C=\left(\sqrt2+1\right)^3$ $D=(3x-2)^3$ et $E=(x+2)\left(x^2-2x+4\right)$

$F=(200520052006)^2-(200520052005\times200520052007)$ (Lorsque la calculatrice tombe en panne)

$H=\left(\dfrac{x}{2}+2\sqrt3\right)^2+\left(x\sqrt5-\dfrac{3}{2}\right)^2$ et $M=\left(x^2-2x+1\right)^2$; $N=\left(x\sqrt2+\sqrt5\right)\left(\sqrt5-x\sqrt2\right)$; $R=\left(x^3+\dfrac{\sqrt3}{2}\right)\left(\dfrac{\sqrt3}{2}-x^3\right)$

$L=\left(3x+\sqrt2-\sqrt5\right)\left(3x+\sqrt2+\sqrt5\right)$

Corrigé : $A=\left(\sqrt5+\sqrt2\right)^2-\left(\sqrt5-\sqrt2\right)^2=\left(\sqrt5\right)^2+2\sqrt5\sqrt2+\left(\sqrt2\right)^2-\left(\left(\sqrt5\right)^2-2\sqrt5\sqrt2+\left(\sqrt2\right)^2\right)$

$A=5+2\sqrt{10}+2-\left(5-2\sqrt{10}+2\right)=5+2\sqrt{10}+2-5+2\sqrt{10}-2=4\sqrt{10}$

$B=\left[\left(\sqrt2-\sqrt3\right)\left(\sqrt2+\sqrt3\right)\right]^2=\left(\left(\sqrt2\right)^2-\left(\sqrt3\right)^2\right)^2=(2-3)^2=(-1)^2=1$

$C=\left(\sqrt2+1\right)^3=\left(\sqrt2\right)^3+3\left(\sqrt2\right)^2\times1+3\sqrt2(1)^2+(1)^3=2\sqrt2+3\times2+3\sqrt2+1$

$C=5\sqrt2+7$

$D=(3x-2)^3=(3x)^3-3(3x)^2\times2+3\times3x\times(2)^2-(2)^3$

$D=27x^3-54x^2+36x-8$

$E=(x+2)(x^2-2x+4)=(x+2)(x^2-2\times x+2^2)=x^3+2^3=x^3+8$

$F=(200520052006)^2-(200520052005\times 200520052007)$

On remarque que les nombres : 200520052006 et 200520052005 et 200520052007 différent par leurs chiffes des unités

Pour simplifier on pose : $x=200520052006$

Donc : $200520052005=x-1$ et $200520052007=x+1$

Donc : $F=x^2-(x-1)(x+1)$

$=x^2-(x^2-1)=x^2-x^2+1=1$ Donc : $F=1$

$H=\left(\frac{x}{2}+2\sqrt{3}\right)^2+\left(x\sqrt{5}-\frac{3}{2}\right)^2$

$H=\left(\frac{x}{2}\right)^2+2\frac{x}{2}2\sqrt{3}+(2\sqrt{3})^2+(x\sqrt{5})^2-2x\sqrt{5}\times\frac{3}{2}+\left(\frac{3}{2}\right)^2$

$H=\frac{x^2}{4}+2x\sqrt{3}+12+5x^2-3x\sqrt{5}+\frac{9}{4}=\frac{21}{4}x^2+(2\sqrt{3}-3\sqrt{5})x+\frac{57}{4}$

$M=(x^2-2x+1)^2=((x^2-2x)+1)^2$ $M=(x^2-2x)^2+2(x^2-2x)\times1+1^2$

$M=(x^2)^2-2x^2\times2x+4x^2+2x^2-4x+1$

$M=x^4-4x^3+6x^2-4x+1$

$N=(\sqrt{5})^2-(x\sqrt{2})^2=5-2x^2$ $N=(x\sqrt{2}+\sqrt{5})(\sqrt{5}-x\sqrt{2})=(\sqrt{5}+x\sqrt{2})(\sqrt{5}-x\sqrt{2})$

$R=\left(x^3+\frac{\sqrt{3}}{2}\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-x^3\right)=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}+x^3\right)\left(\frac{\sqrt{3}}{2}-x^3\right)$

$R=\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^2-(x^3)^2=\frac{3}{4}-x^6$

$L=(3x+\sqrt{2}-\sqrt{5})(3x+\sqrt{2}+\sqrt{5})=((3x+\sqrt{2})-\sqrt{5})((3x+\sqrt{2})+\sqrt{5})$

$L=(3x)^2+6x\sqrt{2}+2-5=9x^2+6x\sqrt{2}-3$

Exercice15 : (**) $a\in\mathbb{R}$ on pose : $A=(a+1)^2-(a-1)^2$

1) Développer et calculer et simplifier A

2) En déduire une simplification du nombre : $(9999999)^2-(9999997)^2$

Corrigé :1) $A=(a+1)^2-(a-1)^2=a^2+2a+1-(a^2-2a+1)$

Donc : $A=a^2+2a+1-a^2+2a-1=4a$

2) On pose : $a=9999998$ donc : $A=(9999999)^2-(9999997)^2=4\times 9999998$

Par suite : $(9999999)^2-(9999997)^2=39999992$

Exercice16 : (*) Factoriser les expressions suivantes : $x\in\mathbb{R}$

1) $49x^2-81$ 2) $16x^2-8x+1$ 3) x^3-8

4) $C=(x+1)(2x-3)+6(x+1)$ 5) $D=27x^3+1$

Corrigé : Méthodes : Pour factoriser une expression on peut :

- identifier une identité remarquable ou - identifier un facteur commun

1**)** On regarde l'expression, pour choisir l'identité remarquable à appliquer.

L'expression semble être de la forme : a² - b².

$49x^2-81=(7x)^2-9^2=(7x-9)\times(7x+9)$ Il s'agit d'un produit. L'expression est factorisée.

2) $16x^2-8x+1=(4x)^2-2\times4x\times1+1^2=(4x-1)^2$

3) $x^3-8=(x)^3-(2)^3=(x-2)(x^2+2x+2^2)$

$x^3-8=(x-2)(x^2+2x+4)$

4) $x+1$ est le facteur commun : $C=(x+1)(2x-3)+6(x+1)$

$C=(x+1)((2x-3)+6)=(x+1)(2x+3)$

5) $D=27x^3+1$ Il n'y a pas de facteur commun.
L'expression semble être de la forme a^3+b^3.

$D=27x^3+1=(3x)^3+1^3=(3x+1)((3x)^2-(3x)\times1+1^2)$ $D=(3x+1)(9x^2-3x+1)$

Exercice17 : (*) Remplissez les blancs suivants : $10-4\sqrt{6}=(...-...)^2$ et $4+2\sqrt{3}=(...+...)^2$

Corrigé : 1) On a : $4+2\sqrt{3}=4+2\times\sqrt{3}\times1=3+2\times\sqrt{3}\times1+1=\left(\sqrt{3}\right)^2+2\times\sqrt{3}\times1+(1)^2$ Donc : $4+2\sqrt{3}=\left(\sqrt{3}+1\right)^2$

$10-4\sqrt{6}=10-2\times2\sqrt{6}=2^2-2\times2\sqrt{6}+\left(\sqrt{6}\right)^2=\left(2-\sqrt{6}\right)^2$ Donc : $10-4\sqrt{6}=\left(2-\sqrt{6}\right)^2$

Exercice18 : (*) (**) (***) Factoriser les expressions suivantes : $x\in\mathbb{R}$; $a\in\mathbb{R}$ et $b\in\mathbb{R}$

$A=16x^2-8x+1$; $B=16-25x^2$; $C=1-(1-3x)^2$; $D=(2x-1)^3-8$; $E=27+x^3$; $F=x^{12}-2x^6+1$

$G=x^5+x^3-x^2-1$ $H=x^3+1+2(x^2-1)-(x+1)$; $M=x^4-49$; $N=a^2+b^2-x^2+2ab$

$L=4x^2-4x\sqrt{5}+5+(1-2x)\left(2x-\sqrt{5}\right)$; $K=(x-2)(3x-4)+x^3-8$; $R=x^2-6x+8$

$S=ax+ay-bx-by$; $U=a^2-a-x^2+x$; $V=a^4+b^4-x^4-2a^2b^2+4abx^2$

Corrigé : $A=16x^2-8x+1=(4x)^2-2\times4x\times1+1^2=(4x-1)^2$

$B=16-25x^2=(4)^2-(5x)^2=(4-5x)(4+5x)$

$C=1-(1-3x)^2=1^2-(1-3x)^2=(1-(1-3x))(1+(1-3x))$

$C=(1-1+3x)(1+1-3x)=3x(2-3x)$

$D=(2x-1)^3-8=(2x-1)^3-2^3$ On a : $a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$

Donc : $D=((2x-1)-2)((2x-1)^2+(2x-1)\times2+2^2)$

$D=(2x-3)((2x)^2-4x+1+4x-2+4)=(2x-3)(4x^2+3)$

$E=27+x^3=3^3+x^3=(3+x)(3^2-3x+x^2)$ Car : $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab-b^2)$.

$E=(3+x)(9-3x+x^2)$

$F=(x^6)^2-2x^6+1=(x^6)^2-2x^6\times1+1^2=(x^6-1)^2$

$G=x^5+x^3-x^2-1=x^3(x^2+1)-(x^2+1)=(x^3-1)(x^2+1)$

$H=x^3+1+2(x^2-1)-(x+1)=x^3+1^3+2(x^2-1^2)-(x+1)$

$H=(x+1)(x^2-x+1^2)+2(x+1)(x-1)-(x+1)$

$H=(x+1)(x^2-x+1+2(x-1)-1)=(x+1)(x^2-x+1+2x-2-1)$

$H=(x+1)(x^2+x-2)$

$M=x^4-49=x^4-\left(\sqrt{7}\right)^4=(x^2)^2-\left(\sqrt{7}^2\right)^2$

$M=\left(x^2-\sqrt{7}^2\right)\left(x^2+\sqrt{7}^2\right)=\left(x-\sqrt{7}\right)\left(x+\sqrt{7}\right)\left(x^2+7\right)$

$N=a^2+b^2-x^2+2ab=a^2+2ab+b^2-x^2=\left(a+b\right)^2-x^2$

Donc : $N=\left(a+b-x\right)\left(a+b+x\right)$

$L=4x^2-4x\sqrt{5}+5+\left(1-2x\right)\left(2x-\sqrt{5}\right)$

$L=\left(2x\right)^2-2\times 2x\sqrt{5}+\left(\sqrt{5}\right)^2+\left(1-2x\right)\left(2x-\sqrt{5}\right)$

$L=\left(2x-\sqrt{5}\right)^2+\left(1-2x\right)\left(2x-\sqrt{5}\right)=\left(2x-\sqrt{5}\right)\left(2x-\sqrt{5}+1-2x\right)$ C'est-à-dire : $L=\left(2x-\sqrt{5}\right)\left(1-\sqrt{5}\right)$

$K=\left(x-2\right)\left(3x-4\right)+x^3-8=\left(x-2\right)\left(3x-4\right)+\left(x-2\right)\left(x^2+2x+4\right)$ $K=\left(x-2\right)\left(3x-4+x^2+2x+4\right)=\left(x-2\right)\left(x^2+5x\right)=x\left(x-2\right)\left(x+5\right)$

$R=x^2-6x+8=x^2-6x+9-1=x^2-2\times 3x+3^2-1$

$R=\left(x-3\right)^2-1^2=\left(x-3-1\right)\left(x-3+1\right)=\left(x-4\right)\left(x-2\right)$

$S=ax+ay-bx-by=a\left(x+y\right)-b\left(x+y\right)=\left(x+y\right)\left(a-b\right)$

$U=a^2-a-x^2+x=a^2-x^2-\left(a-x\right)$

$U=\left(a-x\right)\left(a+x\right)-\left(a-x\right)\times 1$ Donc : $U=\left(a-x\right)\left(a+x-1\right)$.

$V=a^4+b^4-x^4-2a^2b^2+4abx^2$

$V=\left(a^4+2a^2b^2+b^4\right)-\left(x^4-4abx^2+4a^2b^2\right)$

$V=\left(a^2+b^2\right)^2-\left(x^2-2ab\right)^2=\left(a^2+b^2+x^2-2ab\right)\left(a^2+b^2-x^2+2ab\right)$

Exercice19 : (**) On pose : $B=\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

1) Déterminer le signe de B
2) Calculer B^2.
3) En déduire une écriture simple de B.

Corrigé :1) On a : $B=\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$

Et on Remarque que : $6-2\sqrt{5}<6+2\sqrt{5}$

Donc : $\sqrt{6-2\sqrt{5}}<\sqrt{6+2\sqrt{5}}$ et par suite : $\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}$ est négatif

C'est à dire que : $B<0$

2) $B^2=\left(\sqrt{6-2\sqrt{5}}-\sqrt{6+2\sqrt{5}}\right)^2$

$B^2=\left(\sqrt{6-2\sqrt{5}}\right)^2-2\sqrt{6-2\sqrt{5}}\sqrt{6+2\sqrt{5}}+\left(\sqrt{6+2\sqrt{5}}\right)^2$

$B^2=6-2\sqrt{5}-2\sqrt{\left(6-2\sqrt{5}\right)\left(6+2\sqrt{5}\right)}+6+2\sqrt{5}$

$B^2=12-2\sqrt{6^2-\left(2\sqrt{5}\right)^2}$

$B^2=12-2\sqrt{6^2-20}=12-2\sqrt{16}=12-2\times 4=4$

4) $B^2=4$ Equivalent a: $B=\sqrt{4}$ ou $B=-\sqrt{4}$

Equivalent a: $B=2$ ou $B=-2$ or on a : $B<0$ Donc : $B=-2$.

Exercice20 : (**) On pose : $a=\sqrt{19+6\sqrt{10}}$ et $b=\sqrt{19-6\sqrt{10}}$

1) Montrer que : $a\times b=1$
2) On pose : $u=a+b$ et $v=a-b$ Calculer : u^2 et v^2
3) En déduire une écriture simple de u et v
4) En déduire une écriture simple de a et b

Corrigé : $ab = \sqrt{19+6\sqrt{10}}\sqrt{19-6\sqrt{10}} = \sqrt{\left(19+6\sqrt{10}\right)\left(19-6\sqrt{10}\right)}$

$ab = \sqrt{19^2-\left(6\sqrt{10}\right)^2} = \sqrt{361-360} = \sqrt{1} = 1$

2) On a : $u = a+b$ et $V = a-b$

Donc : $u^2 = (a+b)^2 = a^2+b^2+2ab = a^2+b^2+2\times1$

Donc ; $u^2 = 19+6\sqrt{10}+19-6\sqrt{10}+2\times1 = 40$

Et : $v^2 = (a-b)^2 = a^2+b^2-2ab = a^2+b^2-2\times1$

Donc : $v^2 = 19+6\sqrt{10}+19-6\sqrt{10}-2\times1 = 36$

3) Déduction d'une écriture simple de u et v :

On a : $u^2 = 40$ donc : $u = \sqrt{40}$ ou $u = -\sqrt{40}$

Or on sait que : $u = a+b$ donc u est la somme de deux nombres positifs donc c'est un nombre positif

Donc : $u = \sqrt{40} = \sqrt{4\times10} = 2\sqrt{10}$

On a aussi : $v^2 = 36$ et on Remarque que : $a > b$ donc : v est positif par suite : $v = \sqrt{36} = 6$

4) Déduire une écriture simple de a et b :

On a : $\begin{cases} u = 2\sqrt{10} \\ v = 6 \end{cases}$ équivaut à : $\begin{cases} a+b = 2\sqrt{10} \\ a-b = 6 \end{cases}$

En faisant la somme membre à membre les deux équations : On trouve : $2a = 6+2\sqrt{10}$

Donc : $a = \dfrac{6+2\sqrt{10}}{2} = 3+\sqrt{10}$

Et on a : $a+b = 2\sqrt{10}$ donc: $b = 2\sqrt{10}-a$ Equivaut à : $b = 2\sqrt{10}-3-\sqrt{10}$ par suite : $b = \sqrt{10}-3$

Exercice21 : (**) 1) Montrer que : $\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}} = \sqrt{10}$

2)Montrer que : $\sqrt{\dfrac{6+\sqrt{31}}{2}}+\sqrt{\dfrac{6-\sqrt{31}}{2}} = \sqrt{6+\sqrt{5}}$

Corrigé : 1) Montrons que : $\sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}} = \sqrt{10}$

On pose : $B = \sqrt{3+\sqrt{5}}+\sqrt{3-\sqrt{5}}$

On calcul B^2 : $B^2 = \left(\sqrt{3+\sqrt{5}}\right)^2+2\sqrt{3+\sqrt{5}}\sqrt{3-\sqrt{5}}+\left(\sqrt{3-\sqrt{5}}\right)^2$

$$B^2 = 3+\sqrt{5}+2\sqrt{\left(3+\sqrt{5}\right)\left(3-\sqrt{5}\right)}+3-\sqrt{5}$$

$B^2 = 6+2\sqrt{3^2-\left(\sqrt{5}\right)^2} = 6+2\sqrt{9-5} = 6+2\sqrt{4} = 6+4 = 10$

Donc : $B^2 = 10$

Donc : $B = \sqrt{10}$ ou $B = -\sqrt{10}$ et on a $B > 0$ Par suite : $B = \sqrt{10}$.

2) On pose : $B = \sqrt{\dfrac{6+\sqrt{31}}{2}}+\sqrt{\dfrac{6-\sqrt{31}}{2}}$

On calcul B^2 : $B^2 = \left(\sqrt{\dfrac{6+\sqrt{31}}{2}}\right)^2+2\sqrt{\dfrac{6+\sqrt{31}}{2}}\sqrt{\dfrac{6-\sqrt{31}}{2}}+\left(\sqrt{\dfrac{6-\sqrt{31}}{2}}\right)^2$

$$B^2 = \frac{6+\sqrt{31}}{2}+2\sqrt{\left(\frac{6+\sqrt{31}}{2}\right)\left(\frac{6-\sqrt{31}}{2}\right)}+\frac{6-\sqrt{31}}{2}$$

$$B^2 = 6 + 2\sqrt{\frac{36-31}{4}} = 6 + 2\sqrt{\frac{5}{4}} = 6 + \sqrt{5}$$

Donc : $B^2 = 6 + \sqrt{5}$

Par suite : $B = \sqrt{6+\sqrt{5}}$ ou $B = -\sqrt{6+\sqrt{5}}$

Or on a : $B > 0$ donc : $B = \sqrt{6+\sqrt{5}}$

Donc : $\sqrt{\frac{6+\sqrt{31}}{2}} + \sqrt{\frac{6-\sqrt{31}}{2}} = \sqrt{6+\sqrt{5}}$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien