Tronc commun Sciences BIOF

Série N°1 : la projection

Exercice1 : (*) Soit ABC un triangle et M le Milieu de [AB]

1) Soit P_1 la projection sur (BC) parallèlement à (AC) ; Déterminer : $P_1(A)$; $P_1(C)$, $P_1(M)$, $P_1(B)$

2) Soit P_2 la projection sur (AC) parallèlement à (BC) ; Déterminer : $P_2(A)$, $P_2(B)$,$P_2(C)$, $P_2(M)$

Exercice2 : (*) Soit ABC un triangle isocèle de sommet A ; Le point I est le milieu du segment [BC]
Le point J est la projection orthogonale de I sur la droite (AB) .

Le point K est la projection de I sur la droite (AC) parallèlement à (AB)

1) Faire une figure
2) Déterminer l'image du segment [BC] par la projection sur la droite (AC) parallèlement à (AB)
3) Déterminer le milieu du segment [AC]

Exercice3 : (**) Soient ABC un triangle et D un point définie par : $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

1) Faire une figure
2) La droite parallèle à (BC) passant par D coupe (AC) en E
a) Déterminer DE en fonction BC
b) Montrer que : $\overrightarrow{DE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ et que $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

Exercice4 : (***) Soient ABC un triangle et $M\in[BC]$ et E la projection du point M sur la droite (AB) parallèlement à (AC) et F la projection du point M sur la droite (AC) parallèlement à (AB)

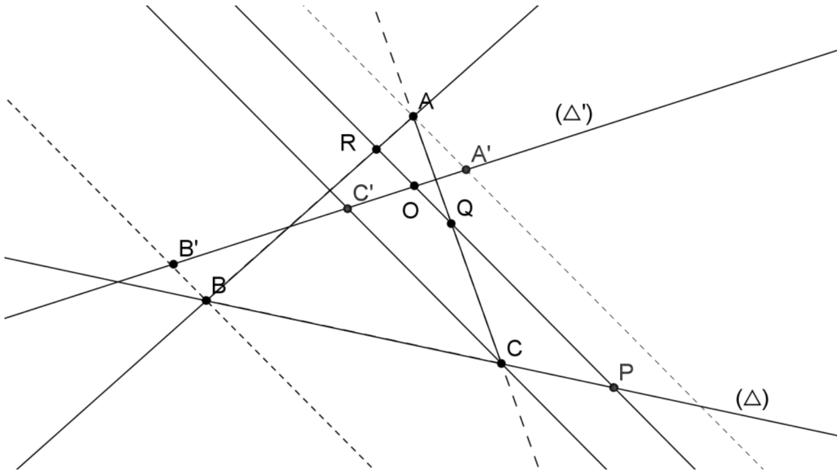
1)Comparer : $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{CM}{CB}$ et comparer : $\frac{AF}{AC}$ et $\frac{BM}{BC}$

2) Déterminer la position du point M sur $[BC]$ tel que : $(BC)\parallel(EF)$.

Exercice5 : (***) Dans la figure ci-dessous ABC est un triangle et (Δ) la droite qui coupe (BC) ; (CA) et (AB) respectivement en P ; Q et R Et (Δ') la droite qui coupe (Δ) en O

A' ; B' et C' sont respectivement les projections des points P ; Q et R sur (Δ') parallèlement (Δ)

Montrer que $\frac{PB}{PC}\times\frac{QC}{QA}\times\frac{RA}{RB}=1$



C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien

Tronc commun Sciences BIOF

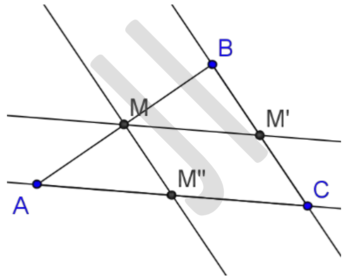
Correction Série N°1 : la projection

Exercice1 : (*) Soit ABC un triangle et M le Milieu de [AB]

1) Soit P_1 la projection sur (BC) parallèlement à (AC) ; Déterminer : $P_1(A)$; $P_1(C)$, $P_1(M)$, $P_1(B)$

2) Soit P_2 la projection sur (AC) parallèlement à (BC) ; Déterminer : $P_2(A)$, $P_2(B)$,$P_2(C)$, $P_2(M)$

Correction : 1) Soit P_1 la projection sur (BC) parallèlement à (AC)



On a $A \in (AC)$ et $(AC) \cap (BC) = \{C\}$ Donc : $P_1(A) = C$

On a $B \in (BC)$ donc B est invariante par la projection P_1 donc $P_1(B) = B$

On a $C \in (BC)$ donc C est invariante par la projection P_1 donc $P_1(C) = C$

Soit $M' = P_1(M)$ on a : M le milieu de [AB]

La parallèle à (AC) passant par M passe forcément par le milieu de [BC]

Donc : M' est le milieu de [BC] .

2) Soit : P_2 la projection sur (AC) parallèlement à (BC)

On a $A \in (AC)$ Donc $P_2(A) = A$

On a $C \in (AC)$ donc C est invariante par la projection P_2 donc $P_2(C) = C$

On a $B \in (BC)$ et $(AC) \cap (BC) = \{C\}$

Donc : $P_2(B) = C$.

On a M le milieu de [AB] donc la parallèle à (BC) passant par M coupe [AC] en son milieu.

Soit : M'' ce milieu donc $P_2(M) = M''$

Exercice2 : (*) Soit ABC un triangle isocèle de sommet A ; Le point I est le milieu du segment [BC]

Le point J est la projection orthogonale de I sur la droite (AB) .

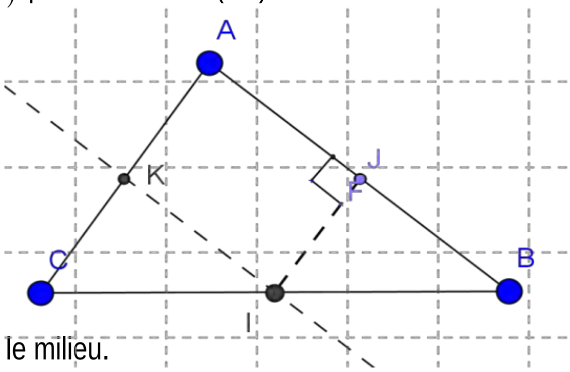
Le point K est la projection de I sur la droite (AC) parallèlement à (AB)

1) Faire une figure

2) Déterminer l'image du segment [BC] par la projection sur la droite (AC) parallèlement à (AB)

3) Déterminer le milieu du segment [AC]

Correction : 1) La figure :



2)Par la projection sur la droite (AC) parallèlement à (AB) on a :

L'image de B est A et l'image de C est C

Donc : l'image du segment [BC] est le segment [AC]

3)Déterminons le milieu du segment AC] :

Le point I est milieu du segment [BC] donc son image qui est K
est aussi le milieu de l'image de [BC] qui est [AC]

Donc : le milieu du segment [AC] est le point K car la projection conserve le milieu.

Exercice3 : (**) Soient ABC un triangle et D un point définie par : $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$

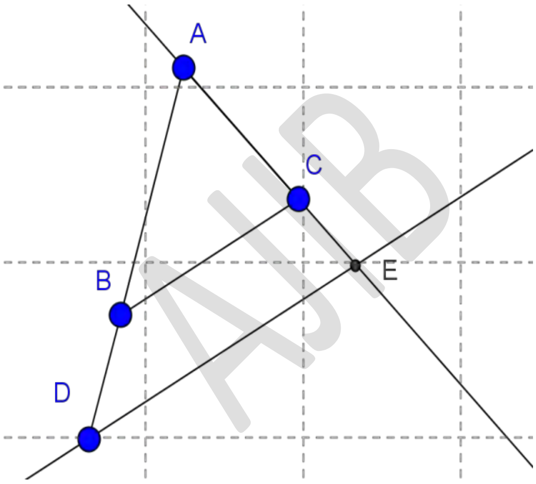
1) Faire une figure

2) La droite parallèle à (BC) passant par D coupe (AC) en E

a) Déterminer DE en fonction BC

b) Montrer que : $\overrightarrow{DE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$ et que $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$.

Correction : 1)



2)a) On a : A et B et D sont des points alignés et les points A et C et E sont des points alignés dans cet ordre et $(DE)\parallel(BC)$

Nous pouvons appliquer le théorème de Thalès : $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{DE}{BC}$

Or on a : $\overrightarrow{AD}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}$ donc : $\left\|\overrightarrow{AD}\right\|=\left\|\frac{3}{2}\overrightarrow{AB}\right\|$

Donc : $AD=\frac{3}{2}AB$: donc : $\frac{AD}{AB}=\frac{3}{2}$ et par suite : $\frac{DE}{BC}=\frac{3}{2}$

Qui signifie que : $\boxed{DE=\frac{3}{2}BC}$

b) On a : $DE=\frac{3}{2}BC$ et les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires et ont le même sens

Donc : $\overrightarrow{DE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{BC}$.

Et on a : $\frac{AD}{AB}=\frac{AE}{AC}=\frac{3}{2}$ donc : $AE=\frac{3}{2}AC$

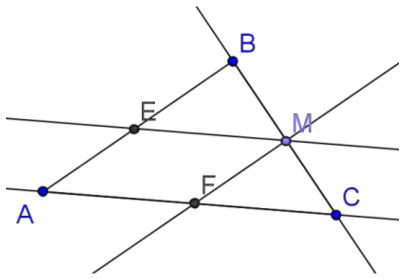
Et puisque $\overrightarrow{AE}$ et $\overrightarrow{AC}$ sont colinéaires et ont le même sens Alors : $\overrightarrow{AE}=\frac{3}{2}\overrightarrow{AC}$

Exercice4 : (***) Soient ABC un triangle

et $M\in[BC]$ et E la projection du point M sur la droite (AB) parallèlement à (AC) et F la projection du point M sur la droite (AC) parallèlement à (AB)

1)Comparer : $\frac{AE}{AB}$ et $\frac{CM}{CB}$ et comparer : $\frac{AF}{AC}$ et $\frac{BM}{BC}$ 2) Déterminer la position du point M sur $[BC]$ tel que : $(BC)\parallel(EF)$.

Correction :



1) Dans le triangle :ABC on a : $E\in[AB]$ et $M\in[BC]$ et on a : $(EM)\parallel(AC)$

D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AE}{AB}=\frac{CM}{CB}\ (1)$

Dans le triangle :ABC on a : $F\in[AC]$

et $M\in[BC]$ et on a : $(MF)\parallel(AB)$ donc d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AF}{AC}=\frac{BM}{BC}\ (2)$

2) Dans le triangle :ABC on a : $E\in[AB]$ et $F\in[AC]$ et on a : $(BC)\parallel(EF)$

Donc : d'après le théorème de Thalès on a : $\frac{AE}{AB}=\frac{AF}{AC}$

De (1) et (2) en déduit que : $\frac{CM}{CB}=\frac{BM}{BC}$

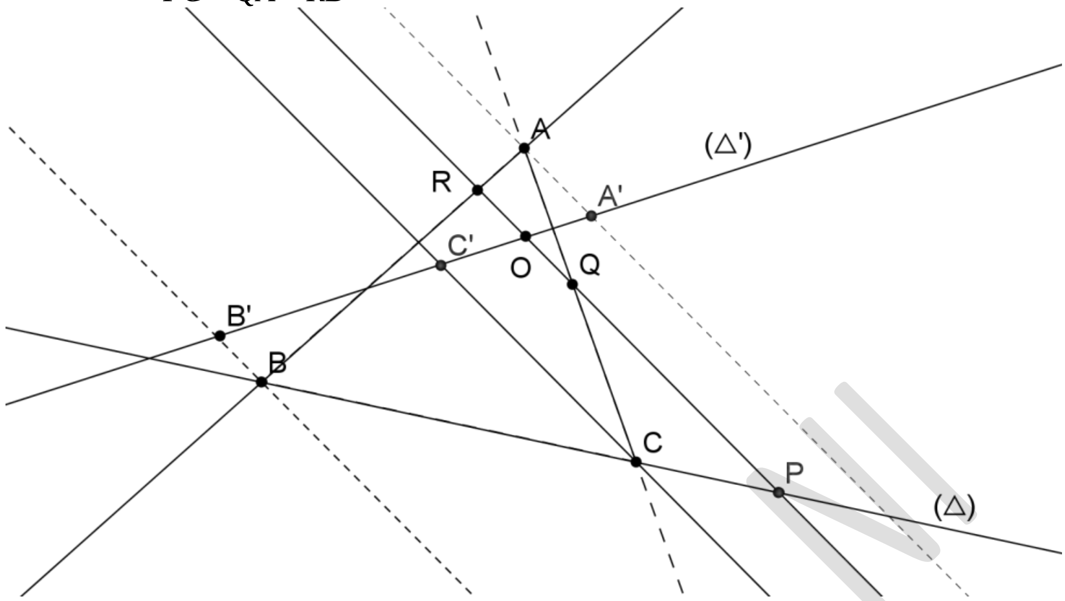
Donc : $CM=BM$ et puisque $M\in[BC]$ Alors : M est le milieu du segment $[BC]$

Exercice5 : (***) Dans la figure ci-dessous ABC est un triangle et (Δ) la droite qui coupe (BC) ; (CA) et (AB) respectivement en P ; Q et R

Et (Δ') la droite qui coupe (Δ) en O

A' ; B' et C' sont respectivement les projections des points P ; Q et R sur (Δ') parallèlement (Δ)

Montrer que $\frac{PB}{PC}\times\frac{QC}{QA}\times\frac{RA}{RB}=1$



Corrigé :1)a) On considère la projection sur (Δ') parallèlement (Δ)

a)On a : la projection du point P est O

La projection du point C est C'

La projection du point B est B'

D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{PB}{PC}=\frac{OB'}{OC'}$ (1)

b) On a aussi : la projection du point Q est O

La projection du point C est C'

La projection du point A est A'

D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{QC}{QA}=\frac{OC'}{OA'}$ (2)

c) On a aussi : la projection du point R est O

La projection du point B est B'

La projection du point A est A'

D'après le théorème de Thalès on a : $\frac{RA}{RB}=\frac{OA'}{OB'}$ (3)

De : (1) et (2) et (3) en déduit que : $\frac{PB}{PC}\times\frac{QC}{QA}\times\frac{RA}{RB}=\frac{OB'}{OC'}\times\frac{OC'}{OA'}\times\frac{OA'}{OB'}=1$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron : Dit un proverbe.
C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices que l'on devient un mathématicien