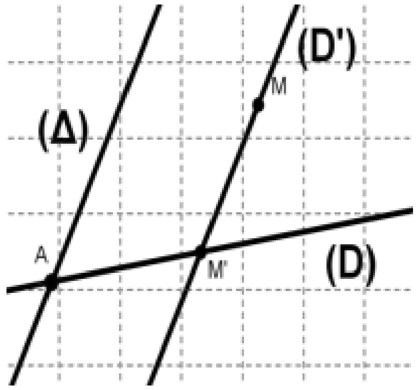
Résumé de Cours : La projection

1) La projection sur une droite parallèlement à une autre droite



a)Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes en un pont A , et soit M un point du plan ; la droite qui passe par M et parallèle à (Δ) coupe (D) en un point M'

le point M' s'appelle la projection du point M sur (D) parallèlement à (Δ) ou le projeté M sur (D) parallèlement à (Δ) ou l'image du point M par la projection $P_{(D;\Delta)}$ sur (D) parallèlement à (Δ) et on écrit : $P_{(D;\Delta)}(M) = M'$ ou $P(M) = M'$

La droite (Δ) s'appelle la direction de la projection.

: M' L'image du point M par la projection P

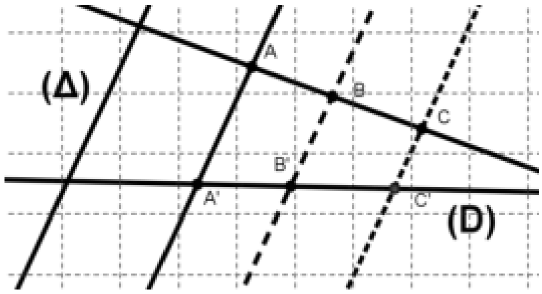
si $B \in (D)$ alors $P(B) = B$ on dit alors que le point B est invariant par la projection P

2) Propriétés

■Chaque point de (D) est confondu avec sa projection
■Est tout point confondu avec sa projection est un point de (D)
■On dit que la droite (D) est globalement invariante par la projection sur (D) parallèlement à (Δ)
■L'image du segment [AB] par la projection P est le segment $[A'B']$ et on écrit : $P([AB]) = [A'B']$
■La projection conserve les milieux

Remarque : Si les droite (D) et (Δ) sont perpendiculaire
On dit que M' est la projection orthogonale de M sur (D)

3) Théorème de Thales : Soient (D) et (Δ) deux droites sécantes en un point et soient A ; B; C trois points alignés du plan tel que (AB) et (Δ) ne sont pas parallèles



Soient A' ; B' ; C' et D' respectivement les projetés des points A ; B; C et D sur (D) parallèlement à (Δ)

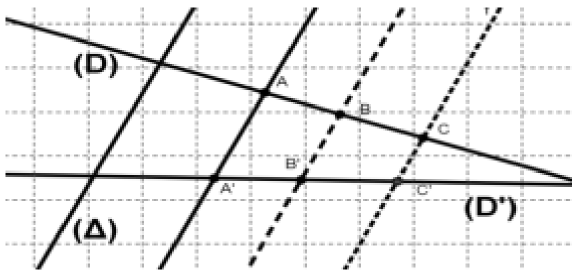
a)Alors : $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{A'B'}{A'C'}$

b) Si : $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{AC}$ avec $k \in \mathbb{R}$ alors $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{A'C'}$
La projection conserve le coefficient d'alignement de trois points

c) Si $\overrightarrow{AB} = k\overrightarrow{CD}$ Alors : $\overrightarrow{A'B'} = k\overrightarrow{C'D'}$
La projection conserve le coefficient de colinéarité de deux vecteurs

4) Le théorème réciproque de Thalès : Soient (D) et (D') deux droites non parallèles a une troisième (Δ)

Soient A ; B deux points de la droite (D) tel que A' et B' respectivement les projetés des points A ; B sur (D') parallèlement à (Δ).



Si C un point de la droite (D) et C' un point de la droite (D') tel que $\dfrac{AB}{AC} = \dfrac{A'B'}{A'C'}$

Et les points A ; B et C sont dans le même ordre sur la droite (D) que les points A'; B' et C' sur la droite (D')

Alors : le point C' est la projection de C sur la droite (D') parallèlement à (Δ) et on a $(AA') \parallel (BB') \parallel (CC')$